

Musterlösung der Klassenarbeit Nr. 4

Aufgabe 1

a) $x_{1/2} = -1 \pm \sqrt{81}$; also: $x_1 = -10$ und $x_2 = 8$

b) $\frac{1}{3}x^3 + x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x(x^2 + 3x - 18) = 0$

Fallunterscheidung: $x_1 = 0$; $x_{2/3} = -1,5 \pm \sqrt{20,25}$; also: $x_2 = -6$ und $x_3 = 3$

c) $(x - 2)^2 - (x - 4)^2 = (x - 3) \cdot (x + 4) \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 - x^2 + 8x - 16 = x^2 + x - 12$
 $\Leftrightarrow 4x - 12 = x^2 + x - 12 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(x - 3) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0$ und $x_2 = 3$

d) $\frac{1}{5}x^8 - 25x^5 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{5}x^5(x^3 - 125) = 0$

Fallunterscheidung: $x_1 = 0$ und $x_2 = 5$

e) $\frac{4}{x-1} - \frac{8}{x+2} = 2 \Leftrightarrow 4(x+2) - 8(x-1) = 2(x-1)(x+2)$

$4x + 8 - 8x + 8 = 2x^2 + 2x - 4 \Leftrightarrow 2x^2 + 6x - 20 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 10 = 0$

$x_{1/2} = -1,5 \pm \sqrt{12,25}$

also: $x_1 = 2$ und $x_2 = -5$

Aufgabe 2

a) $\frac{a^4 \cdot b^{-3} \cdot b^2}{a^{-2} \cdot b^{-2} \cdot a^{-1}} = \frac{a^4 \cdot b^{-1}}{a^{-3} \cdot b^{-2}} = a^7 \cdot b$

b) $\left(\frac{x}{y}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{2y}{x}\right)^3 : \left(\frac{y}{2x}\right)^{-2} = \left(\frac{y}{x}\right)^3 \cdot \left(\frac{2y}{x}\right)^3 \cdot \left(\frac{y}{2x}\right)^2 = \frac{y^3 \cdot 8y^3 \cdot y^2}{x^3 \cdot x^3 \cdot 4x^2} = \frac{2y^8}{x^8}$

c) $\left(\frac{4\sqrt{c}}{5\sqrt{c}}\right)^{-10} = \left(\frac{c^{\frac{1}{4}}}{c^{\frac{1}{5}}}\right)^{-10} = \left(c^{\frac{1}{20}}\right)^{-10} = \left(c^{-\frac{10}{20}}\right) = \frac{1}{\sqrt{c}}$

d) $\left(v^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[4]{v}\right)^{-\frac{12}{11}} = \left(v^{-\frac{1}{3}} \cdot v^{\frac{1}{4}}\right)^{-\frac{12}{11}} = \left(v^{-\frac{1}{12}}\right)^{-\frac{12}{11}} = \sqrt[11]{v}$

e) $\frac{a^2 \cdot b^6 - a^4 \cdot b^2}{a^6 \cdot b^4} = \frac{a^2 \cdot b^2 (b^4 + a^2)}{a^6 \cdot b^4} = \frac{a^2 + b^4}{a^4 \cdot b^2}$

Aufgabe 3

Teil a)

$p(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 3x - 6 = -\frac{1}{4}[x^2 - 12x + 24] = -\frac{1}{4}[(x - 6)^2 - 12] = -\frac{1}{4}(x - 6)^2 + 3$

S(6/3) ist ein Hochpunkt.

Teil b)

$$x^2 - 12x + 24 = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} = 6 \pm \sqrt{12}$$

Teil c) vgl. Teil d)

Teil d)

Gegeben sind die Punkte P(6/1) und Q(10/3).

$$g(x) = mx + b$$

$$m = \frac{3-1}{10-6} = \frac{1}{2}$$

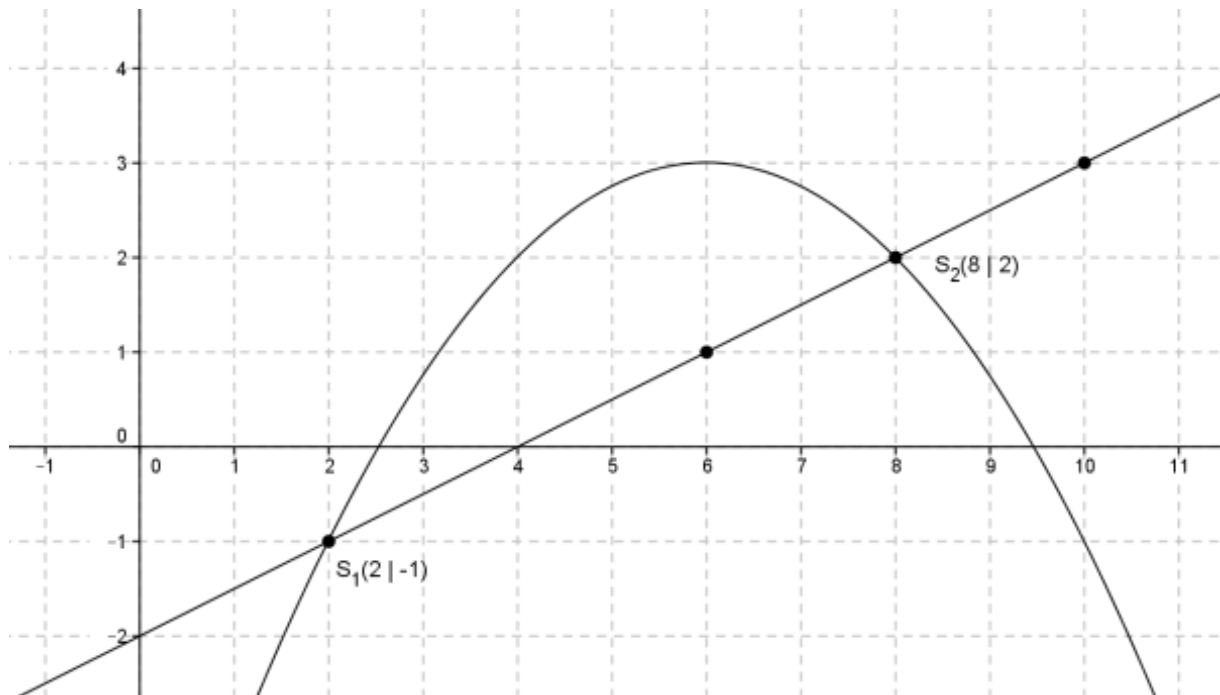
$$1 = 3 + b \Leftrightarrow b = -2; \text{ also: } g(x) = \frac{1}{2}x - 2$$

$$g(x) = p(x)$$

$$\frac{1}{2}x - 2 = -\frac{1}{4}x^2 + 3x - 6$$

$$\frac{1}{4}x^2 - 2,5x + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 16 = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} = 5 \pm 3$$

somit: $S_1(2/-1)$ und $S_2(8/2)$



Aufgabe 3

$$-\frac{1}{4}x^2 + 3x - 6 = -\frac{1}{4}[x^2 - 12x + 24] = -\frac{1}{4}[(x-6)^2 - 12] = \frac{1}{4}(x-6)^2 + 3$$

S(6/3) ist Hochpunkt!

$$x^2 - 12x + 24 = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} = 6 \pm \sqrt{12}$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x + b; 1 = 3 + b \Leftrightarrow b = -2; \text{ somit: } g(x) = \frac{1}{2}x - 2$$

$$-\frac{1}{4}x^2 + 3x - 6 = \frac{1}{2}x - 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x^2 + 2,5x - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 16 = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} = 5 \pm 3$$

also: $S_1(2/-1)$ und $S_2(8/2)$

Aufgabe 4

a) CS: $a \approx 6,05$ cm; SS: $\beta \approx 52,92^\circ$; WSS: $\gamma \approx 79,08^\circ$

b) WSS: $\alpha = 100^\circ$; SS: $b \approx 4,57$ cm; SS: $c \approx 6,16$ cm

c) SS: $\gamma_1 \approx 69,22^\circ$ ($\gamma_2 \approx 110,78^\circ$); WSS: $\beta_1 \approx 70,78^\circ$ ($\beta_2 \approx 29,22^\circ$);

SS: $b_1 \approx 8,08$ cm ($b_2 \approx 4,18$ cm)

Es gilt: CS = Cosinus-Satz; SS = Sinus-Satz und WSS = Winkelsummensatz

Aufgabe 5

a) $V = 4^3 + 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 8 = 320$ cm³

b) $V = a^3 + 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 2a = 5a^3$

c) $5a^3 = 2560 \Leftrightarrow a^3 = 512 \Leftrightarrow a = 8$ cm