

Aufgabe 1

Gib jeweils die erste Ableitung der Funktion f bzw. der Kurvenschar f_k an! Vereinfache, falls sich dies unmittelbar anbietet (AUSKLAMMERN, KÜRZEN etc.)!

a) $f(x) = x^2 \cdot \ln(x)$

b) $f_k(x) = k \cdot e^{\sin(kx)}$

c) $f(x) = \ln^2(x^2 + x)$

d) $f(x) = \frac{e^{2-x}}{x^2}$

Aufgabe 2

Bestimme jeweils eine Stammfunktion F zu der angegebenen Funktion f ! Bei den Teilaufgaben c) und d) müssen alle gedanklichen Schritte nachvollziehbar sein!

a) $f(x) = 1 + x + \sqrt{x} + e^{-\frac{1}{4}x} + \sin(ax)$; wobei $a \in \mathbb{R}$ gilt.

b) $f(x) = (2x + 1)^2$

c) $f(x) = \sin(x) \cdot \cos(x)$

d) $f(x) = x^n \cdot \ln(x)$; wobei $n \in \mathbb{N}$ gilt.

Aufgabe 3

Aus einer defekten Leitung treten kleine Mengen Gas aus. Der Gasaustritt wird zu zwei unterschiedlichen Zeitpunkten gemessen (vgl. Tabelle). Unter den Experten herrscht Uneinigkeit dahingehend, durch welches mathematische Modell der Gasaustritt beschrieben werden soll.

Zeitpunkt (in h)	Gasaustritt in dm^3/h
$x = 0$	2
$x = 4$	6

a) Bestimme für die im Folgenden aufgeführten Modelle A, B und C jeweils die den Gasaustritt beschreibende Funktion f_A , f_B bzw. f_C ! Der gedankliche Weg zu den drei gesuchten Funktionen muss erkennbar sein! Skizziere f_A , f_B und f_C näherungsweise in der MATERIALVORGABE A!

Modell A: $f_A(x) = mx + b$

Modell B: $f_B(x) = a \cdot \sqrt{x} + b$

Modell C: $f_C(x) = a \cdot e^{bx}$

- b) Zu welchem Zeitpunkt $x \in [0; 4]$ ist die Abweichung zwischen den Modellen A und C **maximal**? Deute das Ergebnis Deiner Rechnung in der MATERIALVORGABE A an!
- c) Berechne die in den ersten vier Stunden ausgetretene Gasmenge nach Modell A, B und C!
- d) Für eine beliebige Funktion f definiert man über dem Intervall $I = [a; b]$ eine Größe m wie folgt:

$$m = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x) dx$$

Berechne m für die Funktion f_C des Modells C über dem Intervall $I = [0; 4]$ und deute das Ergebnis im Sachzusammenhang! Veranschauliche das Ergebnis Deiner Rechnung in der MATERIALVORGABE A!

Aufgabe 4

Betrachtet man die Funktion $f(x) = 4 \cdot e^{-ax}$, $a > 0$, über dem Intervall $I = [0; 1]$, so begrenzt diese zusammen mit ihrer tangentialen Fortsetzung t im Punkt $P(1/f(1))$ sowie den beiden Koordinatenachsen eine Fläche im ersten Quadranten. Die MATERIALVORGABE B zeigt die Situation für $a = 1$. Berechne die Maßzahl dieser Fläche, vereinfache den entstehenden Term dabei so weit wie irgend möglich! Nutze die MATERIALVORGABE B ggf. zur Lösungskontrolle!

Aufgabe 5

Gegeben sei die Funktion $f(x) = \cos(x) \cdot e^x$ (vgl. MATERIALVORGABE C).

- a) Bestimme sämtliche Nullstellen der Funktion f und gib diese in geeigneter Form an! Ergänze die fehlende Skalierung der x -Achse an den beiden Nullstellen von f in der MATERIALVORGABE C!
- b) Bestimme die exakten Koordinaten des Hochpunktes H , der in der MATERIALVORGABE C eingezeichnet ist!
- c) Zur Berechnung der in der MATERIALVORGABE C durch Schraffur hervorgehobenen Fläche wurde der Ansatz der partiellen Integration verfolgt, es liegen folgende Notizen vor:

$$\text{zu berechnen: } \int \cos(x) \cdot e^x dx$$

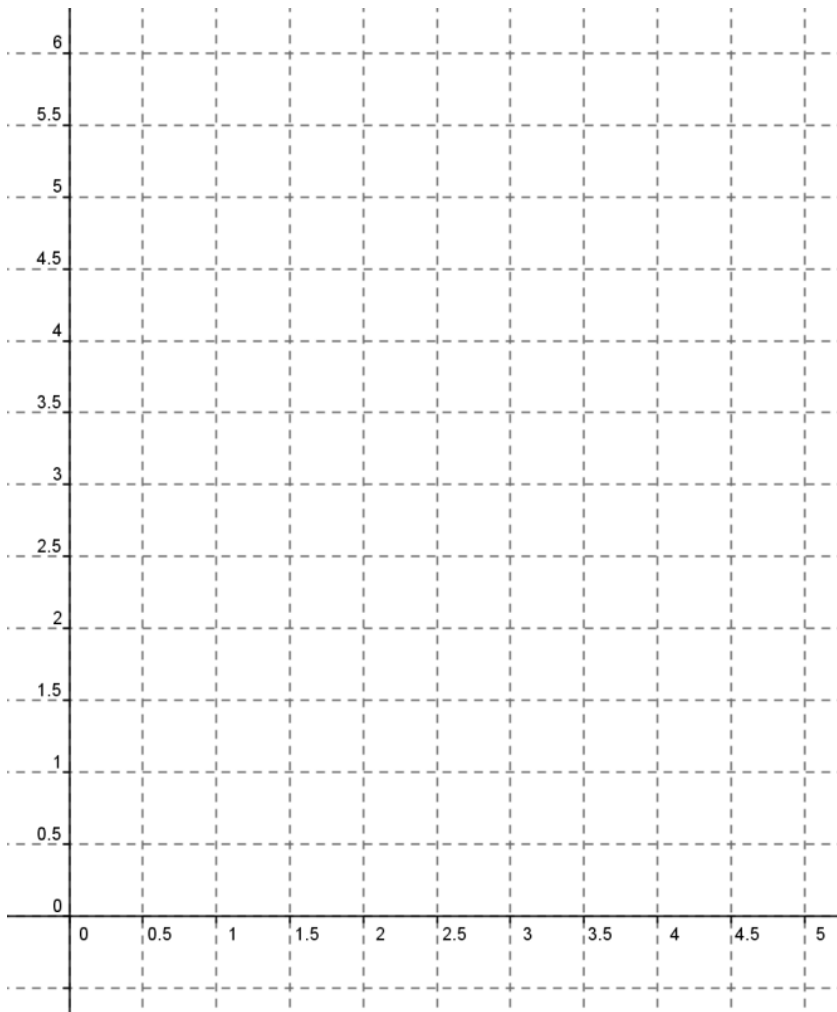
$$u'(x) = e^x \Rightarrow u(x) = e^x$$

$$v(x) = \cos(x) \Rightarrow v'(x) = -\sin(x)$$

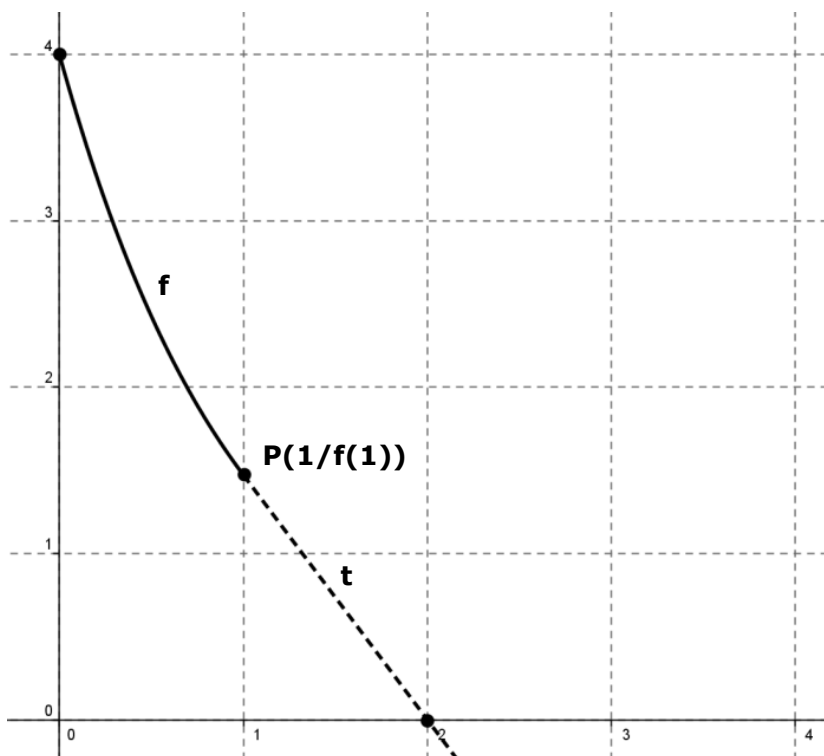
$$\text{also: } \int \cos(x) \cdot e^x dx = \cos(x) \cdot e^x + \int \sin(x) \cdot e^x dx$$

Nutze diese Vorarbeit, um eine Stammfunktion von f zu bestimmen! Berechne dann explizit die Maßzahl der schraffierten Fläche!

MATERIALVORGABE A



MATERIALVORGABE B



MATERIALVORGABE C

