Musterlösung der Klausur Nr. 2

Aufgabe 1

a) $E(X) = 12.500$; $V(X) = 2.500$; $s(X) = 50$

i) $P(X \leq 12.550) \approx \Phi\left(\frac{12550{,}5 - 12500}{50}\right) = \Phi(1{,}01) = 0{,}8438$

ii) $P(X \geq 12.525) \approx 1 - \Phi\left(\frac{12524{,}5 - 12500}{50}\right) = 1 - \Phi(0{,}49) = 0{,}3121$

b) $E(X) = 9.000$; $V(X) = 5.760$; $s(X) = \sqrt{5760}$

i) $P(8.900 \leq X \leq 9.100) \approx 2\ \Phi\left(\frac{9100{,}5 - 9000}{\sqrt{5760}}\right) - 1 = 2\ \Phi(1{,}32) - 1 = 0{,}8132$

ii) $P(7.500 \leq X \leq 8.950) \approx \Phi\left(\frac{8950{,}5 - 9000}{\sqrt{5760}}\right) - \Phi\left(\frac{7499{,}5 - 9000}{\sqrt{5760}}\right)$

$= \Phi(-0{,}65) - \Phi(-19{,}77) = 0{,}2578 - 0 = 0{,}2578$

Aufgabe 2

a) X zähle die Anzahl der Linkshänder, X ist $B_{100;0,2}$-verteilt. Es gilt dann:

$P(17 \leq X \leq 25) = F_{\dots}(25) - F_{\dots}(16) = 0{,}7202$

b) i) X ist $B_{50;0,4}$-verteilt.

ii) $E(X) = 20$; $V(X) = 12$ und $s(X) = \sqrt{12}$

iii) $P(X \geq 22) = 1 - F_{\dots}(21) = 0{,}3299$

c) X ist $B_{100;0,5}$-verteit. $E(X) = 50$, $V(X) = 25$ und $s(X) = 5$

$P(40 \leq X \leq 60) = F_{\dots}(60) - F_{\dots}(39) = 0{,}9648$

d) X ist $B_{80;1/60}$-verteilt.

$P(X \geq 3) = 1 - B_{\dots}(0) - B_{\dots}(1) - B_{\dots}(2) = 0{,}1493$

Aufgabe 3

$P(E_1) = \frac{6!}{6^6} \approx 0{,}015432$

$P(E_2) = \binom{6}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4 \approx 0{,}2009$

$P(E_3) = \frac{1}{6^6} \cdot \frac{6!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} \approx 0{,}001929$

$P(E_4) = \frac{\binom{6}{3} \cdot \binom{6}{3} \cdot \binom{3}{2} \cdot 3!}{6^6} \approx 0{,}1543$

$P(E_5) = \frac{\binom{6}{5} \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{2}{1} \cdot 5}{6^6} \approx 0{,}23148$

Aufgabe 4

$P(E_1) = 0{,}8^4 \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{4} = 0{,}0384$

$P(E_2) = \binom{4}{2} \cdot 0{,}2^2 \cdot 0{,}8^2 \cdot 0{,}75 = 0{,}1152$

$P(E_3) = \binom{4}{1} \cdot 0{,}8^3 \cdot 0{,}2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 0{,}0256$

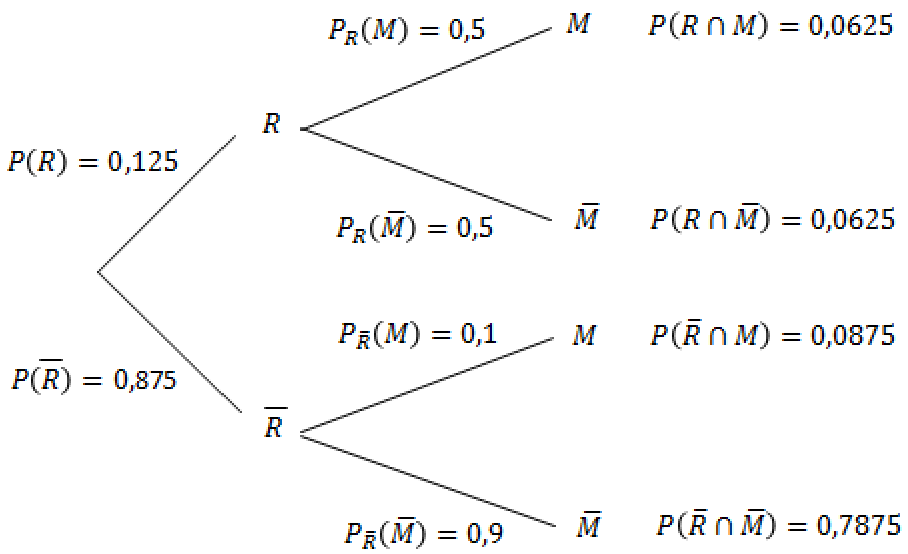
$P(E_4) = 0{,}8^4 \cdot \frac{\binom{4}{3} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{2}{1} \cdot 3}{4^4} = 0{,}2304$

Aufgabe 5

Teil a)

	M	**n. M**	**Σ**
R	0,0625	0,0625	**0,125**
n. R.	0,0875	**0,7875**	0,875
Σ	**0,15**	0,85	**1**

Teil b)



Teil c) $P_M(R) = \frac{P(M \cap R)}{P(M)} = \frac{0{,}0625}{0{,}15} = \frac{5}{12} = 0{,}41\overline{6}$

Teil d) $P_R(M) = \frac{P(M \cap R)}{P(R)} = \frac{0{,}0625}{0{,}15} = 0{,}5$

In jedem zweiten romantischen Gedicht kommt das Wort MOND vor.

Teil d) wegen $P(M) \cdot P(R) = 0{,}15 \cdot 0{,}125 = 0{,}01875 \neq 0{,}0625 = P(M \cap R)$ sind M und R stochastisch abhängig!

Aufgabe 6

Teil a)

1a) Benennen der Verteilung

1b) gesuchte WS

2) Berechnen von E(X), V(X) und s(X) nach den bekannten Formeln

3) Standardisierung des k-Wertes, dabei ist die Stetigkeitskorrektur unsinnig.

4) Auswertung der φ-Funktion an der Stelle 0,56. Es gilt bekanntlich.

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}x^2}$$

Es wird dabei verkannt, dass die y-Werte der φ-Funktion nicht direkt WS darstellen, die φ-Funktion ist nämlich die Grenzfunktion der flächeninvarianten Transformation aller „$B_{n;p}$-Balken". Es muss also nun die Streckung in y-Richtung durch eine Division durch σ_X rückgängig gemacht werden.

Teil b)

E(X) = 16.200; V(X) = 8.100 und $\sigma_X = 90$

$$p \approx \Phi\left(\frac{16.250{,}5 - 16.200}{90}\right) - \Phi\left(\frac{16.249{,}5 - 16.200}{90}\right) = \Phi(0{,}55) - \Phi(0{,}55) = 0{,}0035$$

Teil c)

Die Standardisierung des Erwartungswertes ergibt als Argument für die Gauß-Funktion den Wert null, man rechnet nämlich:

$$z = \frac{E(X) - E(X)}{\sigma_X} = 0$$

Es folgt dann:

$$P(X = E(X)) \approx \frac{1}{\sigma_X \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^0 = \frac{1}{\sigma_X \cdot \sqrt{2\pi}}$$